

# Ant Colony Optimization

Ekspertni sistemi

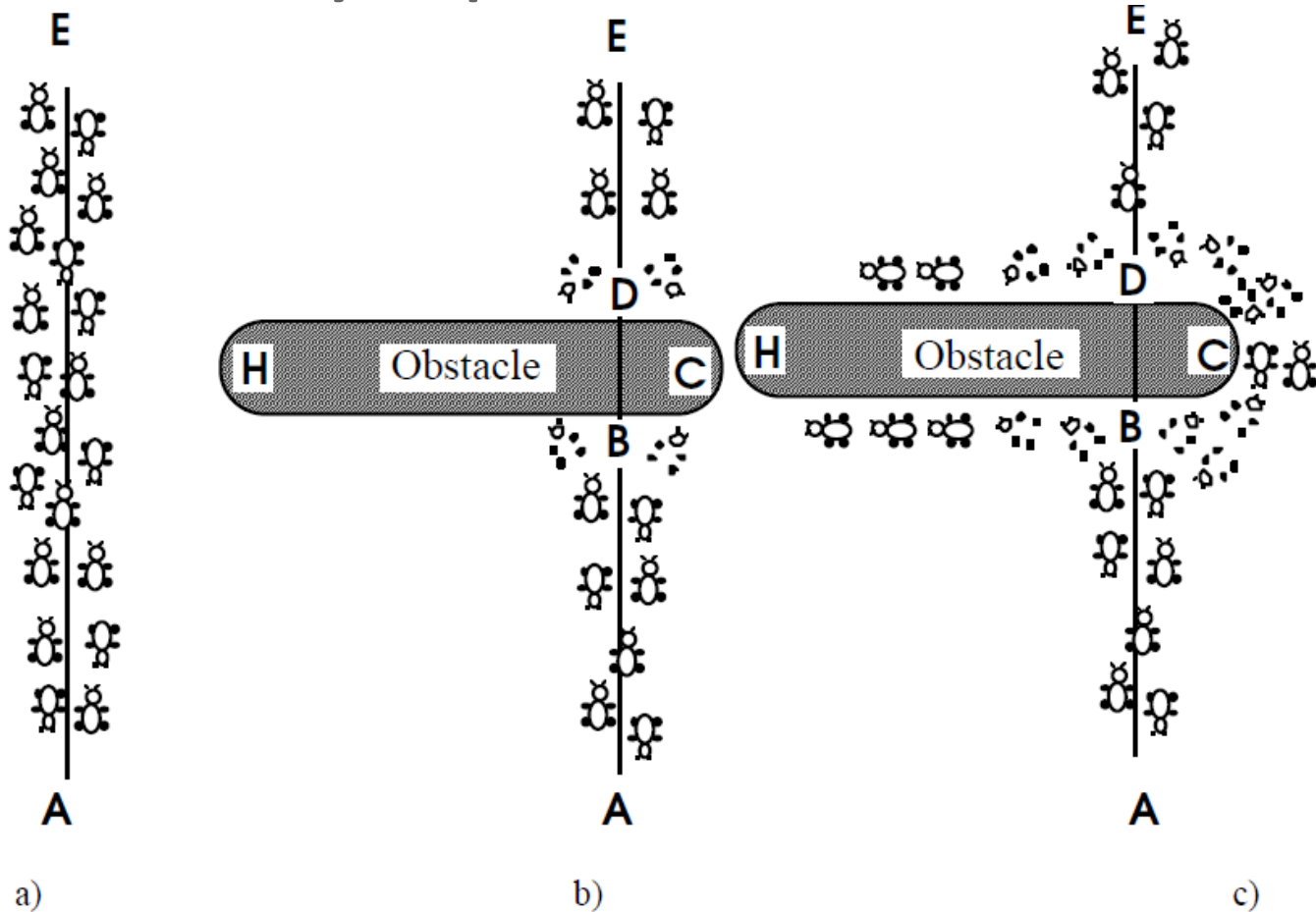
# Prirodom inspirisani optimizacioni algoritmi

- Dobro strukturirani problemi: postoji jasan matematički model, rješavanje klasičnim algoritmima
- Dobro strukturirani problemi, ali velikih dimenzija: sporo pretraživanje, NP-hard problemi (npr. rekonstrukcija signala sa nedostajućim odbircima)
- Većina realnih problema su loše strukturirani i ne postoji tačan i egzaktan matematički model problema
- Stohastičke komponente u problemu, subjektivne procjene, nelinearne zavisnosti...
- Ako postoji optimizaciona funkcija a ne postoji garancija da je ona konveksna, lokalni ekstremumi mogu praviti problem optimizaciji
- Genetički algoritmi i Ant Colony Optimizacija
- Kako smo u prošlom semestru rješavali linearne, a kako nelinearne probleme?

# Ant Colony Optimization – “Mravlji algoritam”

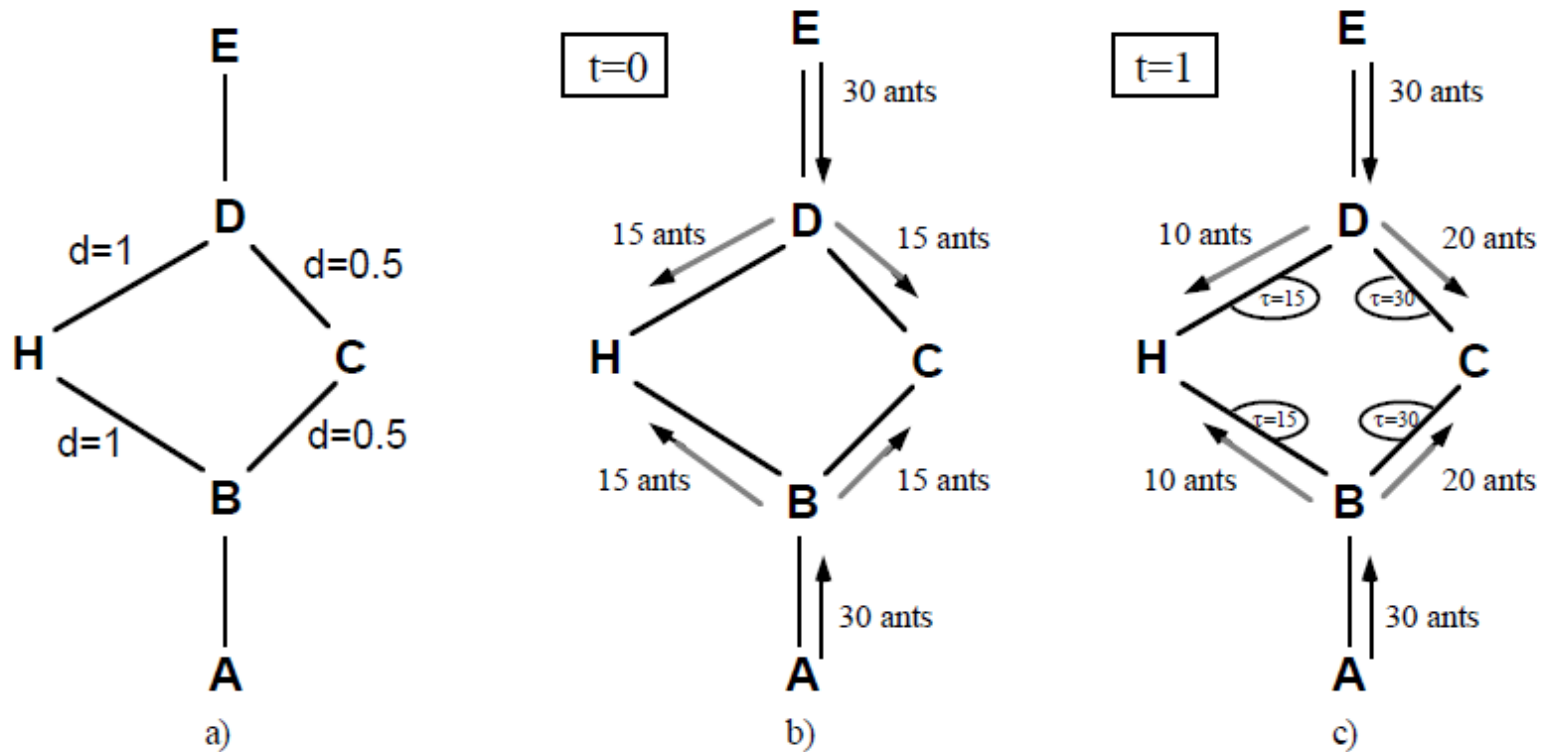
- Metaheuristička tehnika optimizacije
- Kada se može koristiti?
- Problemi koji se mogu svesti na pronalaženje putanja kroz grafove
- Fenomen kolektivne inteligencije mrava u koloniji: članovi kolonije mogu direktno ili indirektno (putem feromona) razmjenjivati relevantne informacije o okruženju, kao na primjer, o lokaciji hrane
- Moguće primjene: detekcija ivica, prepoznavanje oblika, segmentacija slika, senzorske mreže, data-mining
- Još jedan primjer primjene: estimacija trenutne frekvencije u vremensko-frekvencijskoj analizi

# Ant Colony Optimization - ilustracija



preuzeto iz: **Marco Dorigo, Vittorio Maniezzo, Alberto Colorni** "The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*

# Ant Colony Optimization - ilustracija



preuzeto iz: **Marco Dorigo, Vittorio Maniezzo, Alberto Coloni** "The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*

# ACO sa primjenom na detekciju ivica: Digitalno okruženje

- Mravi kao pojedinačni agenti mogu a ne moraju imati memoriju. Koristićemo model bez memorije.
- Digitalna slika je diskretno okruženje, i smatraće se da je vrijeme takođe diskretno (jedan trenutak - jedna iteracija algoritma)
- Smatraćemo da je slika mreža sa  $M \times N$  polja, čiji je svaki čvor jedan piksel
- Jedan mrav može napraviti samo jedan pokret u jednoj iteraciji (prelaz iz jednog polja u susjedno)
- Jedan piksel može biti zauzet od strane samo jednog mrava
- Mravi mogu da ispituju **samo** njima susjedne piksele (i dodatno, imamo toroidni model okruženja)

# ACO sa primjenom na detekciju ivica: Pozicioniranje i kretanje mrava

- Na samom početku algoritma, određeni broj mrava (za sliku-30-40% od dimenzija slike) se postavlja na slučajnim pozicijama u sa slučajnom orijentacijom (na jednom pikselu-najviše jedan mrav)
- Pozicije mrava i njihove orijentacije se čuvaju u odgovarajućoj matrici
- U iteracijama koje slijede, mravi će se kretati poštujući određena pravila kretanja
- Nijedan pojedinačni mrav tokom rada algoritma neće posjedovati nikakve informacije o ivicama na slici
- Kao što je naglašeno, u jednoj iteraciji mrav se može pomjeriti na samo jednu od 8 susjednih pozicija, to jest, svaki mrav vidi samo svoje 3x3 okruženje
- U toku jedne iteracije, svi mravi se pomjeraju na neku, specifično odabranu susjednu poziciju (ne pomjeraju se samo u slučaju kada su svi okolni pikseli zauzeti drugim mravima, jer jedan piksel može biti zauzet samo jednim mravom)

# ACO sa primjenom na detekciju ivica:

## Koncept feromona

- Formira se specijalna matrica koju nazivamo **feromonska mapa**. Ova matrica za svaki pojedinačni piksel čuva odgovarajući nivo feromona
- Feromon predstavlja pozitivnu povratnu spregu u sistemu
- Tokom vremena (iteracija) iz cijele feromonske mape isparava određena, konstantna vrijednost feromona  $K$  (negativna povratna sprega)
- Kada mrav posjeti neku poziciju, ostavlja određenu vrijednost feromona  $\zeta$  na toj poziciji (ažurira se feromonska mapa za tu poziciju)
- Da li će mrav posjetiti neku susjednu poziciju ili ne određuje količina feromona na toj poziciji
- Ako kontrolišemo način dodavanja i ispuštanja feromona, tada kontrolišemo i pozitivnu/negativnu spregu sistema, a samim tim i globalno (masovno) ponašanje mrava



# ACO sa primjenom na detekciju ivica

## Odabir sljedeće pozicije

- Svaki mrav bira na koju poziciju će se pomjeriti na bazi dva kriterijuma: nivoa feromona u susjednim ćelijama i svoje orijentacije
- Ako je matrica  $\mathbf{a}$  matrica piksela slike, tada je 3x3 okruženje koje vidi mrav koji se nalazi na poziciji  $(n, k)$  dato sa:

- $\mathbf{A}(n, k) =$ 
$$\begin{bmatrix} a(n-1, k-1) & a(n-1, k) & a(n-1, k+1) \\ a(n, k-1) & a(n, k) & a(n, k+1) \\ a(n+1, k-1) & a(n+1, k) & a(n+1, k+1) \end{bmatrix}$$

# ACO sa primjenom na detekciju ivica

## Odabir sljedeće pozicije

- Funkcija koja daje odgovarajući koeficijent u zavisnosti od date orientacije mrava data je sa:

$$w(\Delta_{\theta}) = \begin{cases} 1, & \Delta_{\theta} = 0^{\circ} \\ 1/2, & \Delta_{\theta} = \pm 45^{\circ} \\ 1/4, & \Delta_{\theta} = \pm 90^{\circ} \\ 1/12, & \Delta_{\theta} = \pm 135^{\circ} \\ 1/20, & \Delta_{\theta} = 180^{\circ} \end{cases}$$

- $\Delta_{\theta}$  - ugao između datog smjera mrava i susjednih ćelija

1/2	1	1/2
1/4	mrav ↑	1/4
1/12	1/20	1/12

# ACO sa primjenom na detekciju ivica

## Odabir sljedeće pozicije

- Ako je sa  $\sigma(n, k)$  označena vrijednost feromona u feromonskoj mapi za poziciju  $(n, k)$ , tada zavisnost odabira sljedeće pozicije od nivoa feromona može biti predstavljena funkcijom:

$$W(\sigma(n, k)) = \left( 1 + \frac{\sigma(n, k)}{1 + \delta\sigma(n, k)} \right)^\beta$$

- Parametar  $\beta$ : koliko mrav može biti privučen feromonom
- Parametar  $\delta$ : osjetljivost na visoku koncentraciju feromona
- Može li se napraviti bolja funkcija?

# ACO sa primjenom na detekciju ivica

## Odabir sljedeće pozicije

- Vjerovatnoća da se mrav pomjeri sa pozicije  $z$  sa kojom smo označili  $(n, k)$  na poziciju  $i$  kojom smo označili indekse svih susjednih ćelija može biti predstavljena sa:

$$P_{iz} = \frac{W(\sigma_i)w(\Delta_\theta)}{\sum_{j/z} W(\sigma_j)w(\Delta_\theta)}$$

- U literaturi postoje i druga rješenja
- $j/z$ : sumiranje po svim pozicijama  $j$  susjednim poziciji  $z$
- Striktno matematički:  $z = (n, k)$ ,  $i, j \in \{(n - i_1, k - i_2)\}$ , za  $i_1, i_2 = 0, \pm 1$

# ACO sa primjenom na detekciju ivica

## Pravilo ispuštanja feromona

- Kada se mrav premješta na poziciju  $(n,k)$ , na toj poziciji u matrici feromona dolazi do sljedeće promjene:

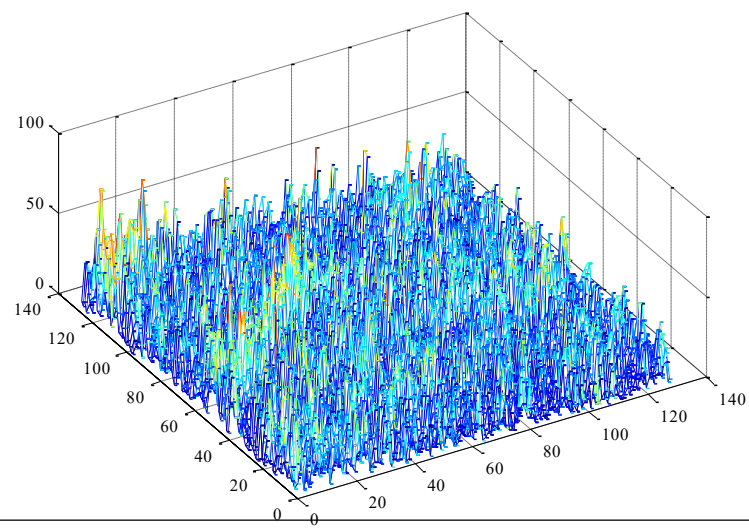
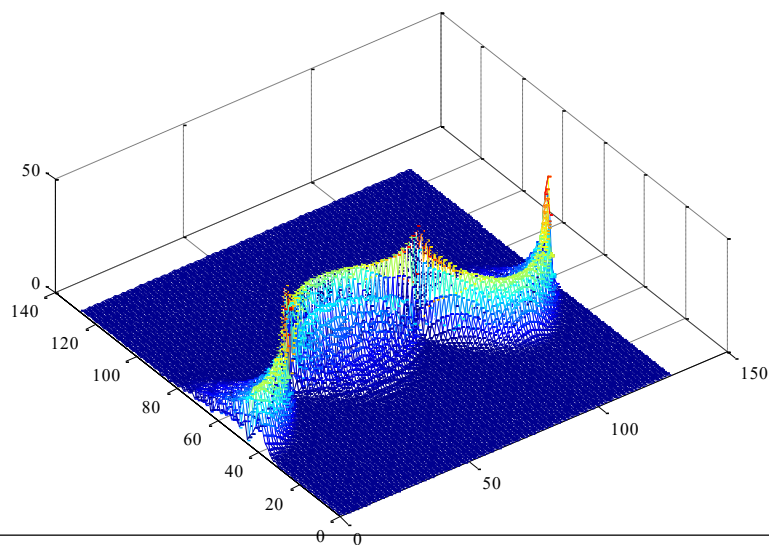
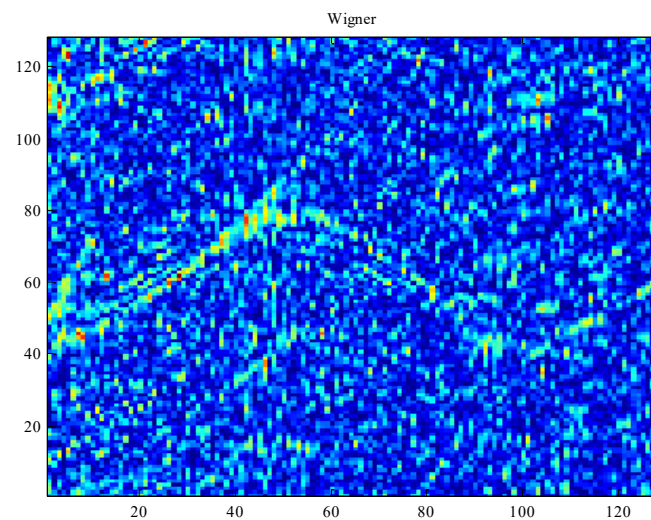
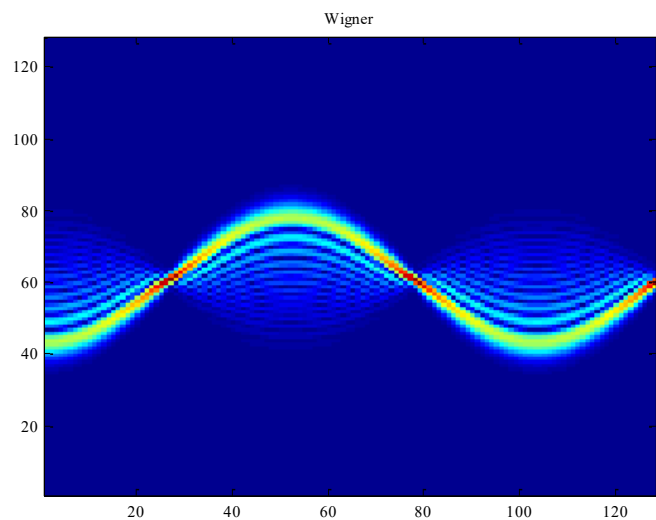
$$\sigma(n, k) = \sigma(n, k) + v + \mu \nabla(n, k) / M_a$$

- $M_a$  je maksimalna vrijednost piksela slike
- $\nabla(n, k)$  je gradijent
- Kod digitalne slike:  $\nabla(n, k)$  je razlika medijana okruženja prethodne i buduće pozicije. **Zašto?**
- Kod estimacije trenutne frekvencije u vremensko-frekvencijskoj analizi, modelovali smo nešto složeniji gradijent:  $\nabla(n, k) =$

# Ukratko: koraci algoritma

- **Korak 0:** Agente (mrave) postaviti na slučajnim pozicijama i sa slučajnim pozicijama na posmatranu mrežu. Zatim, ponavljati korake 1-3 (do kad?):
- **Korak 1:** Za svakog agenta, shodno prethodno opisanim formulama, računati vjerovatnoću  $P_{iz}$  prelaska sa pozicije  $z$  na poziciju  $i$ , i preći na susjednu poziciju koja je najverovatnija, a koja nije zauzeta
- **Korak 2:** Za svaku poziciju koja je u datoj iteraciji zauzeta mravom ažurirati vrijednost feromona u feromonskoj mapi shodno prethodno predstavljenoj adaptivnoj formuli za  $\sigma(n, k)$
- **Korak 3:** U cijeloj mapi feromona umanjiti vrijednost feromona za konstantnu vrijednost  $K$

# Pseudo-Wigner-ova distribucija



# Pseudo-Wigner-ova distribucija

- Na prethodnoj slici: lijeva kolona- PWD nezašumljenog signala, desna kolona – PWD signala zašumljenog bijeli Gauss-ovim šumom, SNR=-4dB
- Veliki šum izaziva jake impulse mimo pozicija trenutne frekvencije (velike vrijednosti mimo pozicija sinusoide)
- Estimacija trenutne frekvencije na bazi pozicija maksimuma je nemoguća
- Naš cilj je napraviti algoritam koji će u zašumljenim uslovima “otkriti sinusoidu”, odnosno, cilj je naći vremenski promjenljivu frekvenciju modulacije zadanog sinusoidalnog FM signala



# Estimacija trenutne frekvencije

- Korišćenjem nekih osnovnih svojstava trenutne frekvencije, modelovali smo funkcije koje su sastavni dio gradijenta  $\nabla(n, k) = \Psi(\mathbf{A}(n, k))\Phi(\mathbf{A}(n, k))\Lambda(\mathbf{A}(n, k))$
- Na pozicijama maksimalnih vrijednosti feromonske mape “pronašli smo trenutnu frekvenciju”
- Uspjeli smo da uspostavimo kontrolu kretanja mrava po putanji koja se poklapa sa trenutnom frekvencijom koju smo željeli estimirati
- Posmatrajmo kakvi se rezultati dobijaju za četiri različite vrijednosti SNR-a
- Tačkasta linija: dobijena estimacija na bazi maksimuma PWD
- Podebljana linija: dobijena estimacija primjenom ACO

# Estimacija trenutne frekvencije

